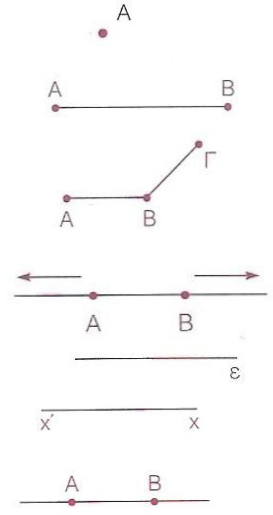


§1.1

Το **σημείο** τα παριστάνουμε με μια τελεία και το ονομάζουμε με ένα κεφαλαίο γράμμα. Μια ευθεία γραμμή με άκρα A και B ονομάζεται **ευθύγραμμο τμήμα**. Τα σημεία A και B λέγονται **άκρα** του ευθυγράμμου τμήματος, ενώ τα άλλα σημεία του **εσωτερικά**. Τα σημεία A και B ορίζουν το ευθύγραμμο τμήμα που ονομάζεται AB ή BA . Δύο τμήματα λέγονται **διαδοχικά**, όταν έχουν κοινό το ένα άκρο.



Αν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα, τότε έχουμε μια ευθεία γραμμή που δεν έχει αρχή ούτε τέλος και λέγεται **ευθεία**.

Μια ευθεία τη συμβολίζουμε:

- με ένα μικρό γράμμα π.χ. ϵ
- με δύο μικρά γράμματα π.χ. $x'x$ (x' , x οι προεκτάσεις της ευθείας)
- με δύο κεφαλαία γράμματα των σημείων που την ορίζουν π.χ. ευθεία AB

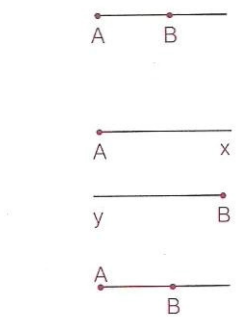
Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.

Δύο σημεία ορίζουν μια ευθεία.

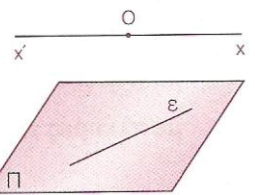
Τρία ή περισσότερα σημεία που βρίσκονται στην ίδια ευθεία λέγονται **συνευθειακά**.

Αν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα AB πέρα από το ένα μόνο άκρο του, π.χ. προς το B τότε το νέο σχήμα που έχει αρχή το σημείο A αλλά δεν έχει τέλος λέγεται **ημιευθεία**.

Η ημιευθεία συμβολίζεται με $A\chi$, όπου A η αρχή της και χ παριστάνει την προέκτασή της.



Αν O είναι ένα σημείο της ευθείας $x'x$, τότε με αρχή το O ορίζονται δύο ημιευθείες Ox και Ox' , οι οποίες λέγονται **αντικείμενες ημιευθείες**. (έχουν κοινή αρχή, βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία και βρίσκονται εκατέρωθεν της αρχής)

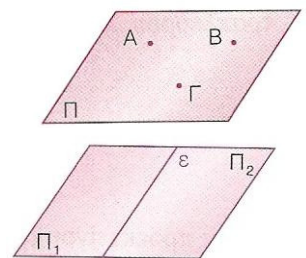


Επίπεδο είναι μια επιφάνεια, πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού μια ευθεία γραμμή.

Προεκτείνεται απεριόριστα και συμβολίζεται με κεφαλαίο γράμμα, π.χ. Π

Από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.

Τρία μη συνευθειακά σημεία ορίζουν ένα επίπεδο.



Κάθε ευθεία του επιπέδου Π χωρίζει το επίπεδο σε δύο **ημιεπίπεδα** Π_1 και Π_2 .

Η ευθεία λέγεται **ακμή** των επιπέδων.

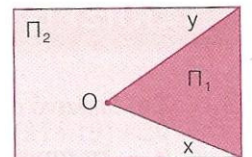
§1.2

Δύο ημιευθείες Ox και Oy με κοινή αρχή χωρίζουν το επίπεδο Π σε δύο περιοχές Π_1 και Π_2 , όπου κάθε περιοχή ονομάζεται **γωνία**.

Η μικρότερη Π_1 λέγεται **κυρτή** και η άλλη Π_2 **μη κυρτή**.

Το σημείο O λέγεται **κορυφή** της γωνίας και οι ημιευθείες Ox και Oy λέγονται **πλευρές** της.

Τη γωνία τη συμβολίζουμε με $x\hat{O}y$ ή $y\hat{O}x$ ή με ένα μικρό γράμμα ω .

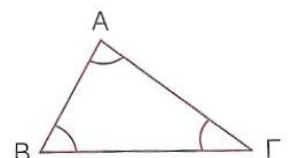
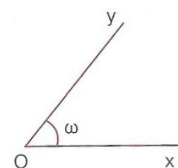


Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει τρεις γωνίες $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ και τρεις πλευρές $AB, A\Gamma, B\Gamma$.

Η γωνία \hat{A} λέγεται **περιεχόμενη** των πλευρών AB και $A\Gamma$ του τριγώνου.

Η πλευρά $B\Gamma$ λέγεται **απέναντι** της γωνίας \hat{A} .

Οι γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ λέγονται **προσκειμένες** στη πλευρά $B\Gamma$.



Τεθλασμένη γραμμή είναι μια γραμμή που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα τα οποία δε βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται **κυρτή** όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά είναι **μη κυρτή**.

Δύο ευθύγραμμα σχήματα είναι **ίσα** αν συμπίπτουν. Οι αντίστοιχες πλευρές και γωνίες των ίσων σχημάτων είναι ίσες.

§1.3

Μονάδα μέτρησης μήκους: **μέτρο (m)**

Όργανο μέτρησης: **υποδεκάμετρο**

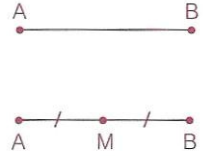
$$1m = 10dm = 100cm = 1000mm$$

$$1km = 1000m$$

Απόσταση δύο σημείων A και B λέγεται το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB και συμβολίζεται με (AB) ή AB .

Μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος AB ονομάζεται το σημείο M του τμήματος που απέχει εξίσου από τα άκρα του και είναι μοναδικό.

$$\text{Ισχύει: } \boxed{MA = MB = \frac{AB}{2}}$$



§1.4

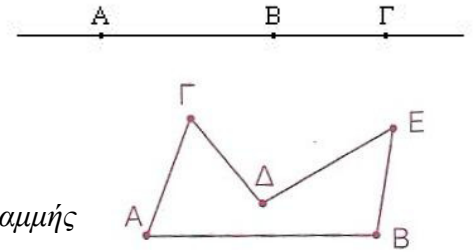
Για να **προσθέσουμε** ή να **αφαιρέσουμε** ευθύγραμμα τμήματα τα τοποθετούμε πάνω σε μια ευθεία.

$$AB + B\Gamma = A\Gamma \quad \text{ή} \quad A\Gamma - AB = B\Gamma$$

Η τεθλασμένη γραμμή έχει μήκος το **άθροισμα** των μηκών των ευθύγραμμων τμημάτων από τα οποία αποτελείται.

Το μήκος του τμήματος AB είναι μικρότερο από το μήκος κάθε τεθλασμένης γραμμής με άκρα τα A και B .

Το άθροισμα των πλευρών ενός ευθύγραμμου σχήματος λέγεται **περίμετρος** του σχήματος.



§1.5

Μονάδα μέτρησης γωνιών: **μοίρα (1°)**

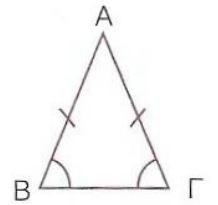
Όργανο μέτρησης: **μοιρογνομόνιο**

$$1^\circ = 60' \text{ (πρώτα λεπτά)}$$

$$1' = 60'' \text{ (δεύτερα λεπτά)}$$

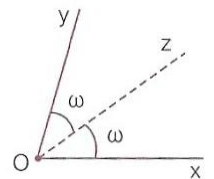
Κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο που εξαρτάται μόνο από το άνοιγμα των πλευρών της.

Οι προσκείμενες στη βάση **ισοσκελούς** τριγώνου γωνίες είναι ίσες $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.



Διχοτόμος γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και χωρίζει τη γωνία σε **δύο ίσες γωνίες**.

$$\text{Ισχύει: } \boxed{x\hat{O}z = z\hat{O}y = \frac{x\hat{O}y}{2}}$$



§1.6

Μηδενική γωνία = 0° (οι πλευρές ταυτίζονται)

Οξεία γωνία $< 90^\circ$

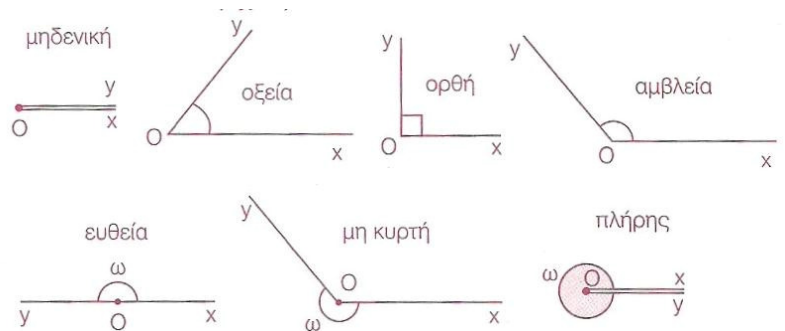
Ορθή γωνία = 90° (οι πλευρές είναι κάθετες ημιευθείες)

$90^\circ < \text{Αμβλεία γωνία} < 180^\circ$

Ευθεία γωνία = 180° (οι πλευρές είναι αντικείμενες ημιευθείες)

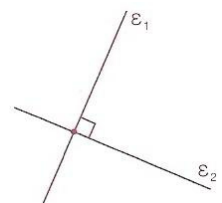
$180^\circ < \text{Μη κυρτή γωνία} < 360^\circ$

Πλήρης γωνία = 360° (οι πλευρές ταυτίζονται)

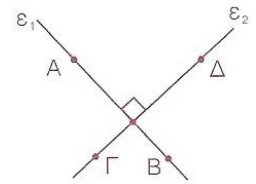


Δύο **ευθείες** ϵ_1, ϵ_2 είναι **κάθετες**. Όταν οι γωνίες που σχηματίζουν τεμνόμενες είναι ορθές.

Γράφουμε $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$.

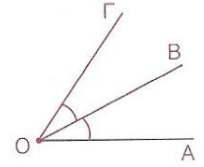


Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται **κάθετα ευθύγραμμα τμήματα** (ή κάθετες ημιευθείες)
Γράφουμε $AB \perp \Gamma\Delta$.

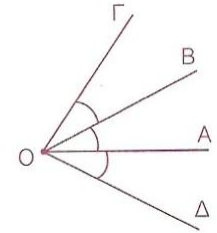


§1.7

Δύο γωνίες ονομάζονται **εφεξής** όταν έχουν κοινή κορυφή, μια κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

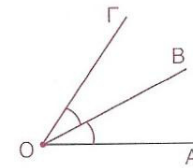


Διαδοχικές γωνίες λέγονται περισσότερες από δύο γωνίες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και καθεμία από αυτές είναι εφεξής με την προηγούμενη ή την επόμενη της.



Για να **προσθέσουμε** ή να **αφαιρέσουμε γωνίες** τις μεταφέρουμε, ώστε να είναι διαδοχικές.

$$A\hat{O}B + B\hat{O}G = A\hat{O}G \quad \text{ή} \quad A\hat{O}G - A\hat{O}B = B\hat{O}G$$

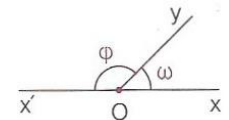


§1.8

Δύο γωνίες ονομάζονται **παραπληρωματικές**, όταν έχουν άθροισμα 180° .

Το μέτρο της παραπληρωματικής της $\hat{\alpha}$ είναι $180^\circ - \hat{\alpha}$.

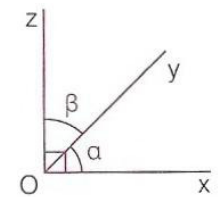
Αν δύο γωνίες είναι ίσες, τότε και οι παραπληρωματικές τους είναι ίσες.



Δύο γωνίες ονομάζονται **συμπληρωματικές**, όταν έχουν άθροισμα 90° .

Το μέτρο της συμπληρωματικής της $\hat{\alpha}$ είναι $90^\circ - \hat{\alpha}$.

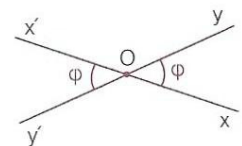
Αν δύο γωνίες είναι ίσες, τότε και οι συμπληρωματικές τους είναι ίσες.



Δύο γωνίες ονομάζονται **κατακορυφήν**, όταν έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

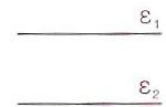
Δύο κάθετες ευθείες σχηματίζουν τέσσερις ορθές γωνίες.



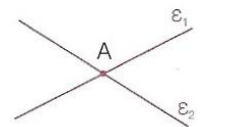
§1.9

Δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι **παράλληλες** όταν ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

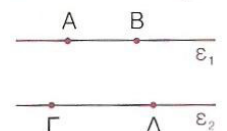
Γράφουμε $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$.



Δύο ευθείες που έχουν ένα μόνο κοινό σημείο ονομάζονται **τεμνόμενες** και το κοινό τους σημείο λέγεται **σημείο τομής** των ευθειών.

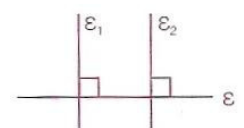


Δύο ευθύγραμμα τμήματα AB, ΓΔ που βρίσκονται πάνω σε δύο παράλληλες ευθείες θα λέγονται **παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα** και γράφουμε $AB \parallel \Gamma\Delta$.

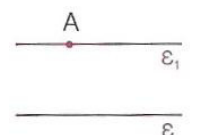


Δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 κάθετες σε μια ευθεία ϵ είναι μεταξύ τους παράλληλες.

$\epsilon_1 \perp \epsilon$ και $\epsilon_2 \perp \epsilon$, τότε $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$.



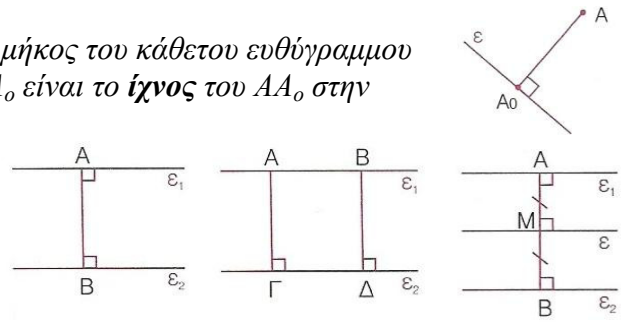
Από σημείο εκτός ευθείας ϵ , διέρχεται μια και μοναδική ευθεία ϵ_1 , παράλληλη στην ϵ .



§1.10

Απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε, ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος AA_0 από το σημείο A προς την ευθεία ε, όπου το A_0 είναι το **ίχνος** του AA_0 στην ευθεία.

Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές. Μια ευθεία ε τη λέμε μεσοπαράλληλο των παραλλήλων ευθειών ϵ_1, ϵ_2 , όταν ισαπέχει από αυτές.



§1.11

Κύκλος (O,ρ) λέγεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν ίση απόσταση από ένα σταθερό σημείο O.

Η απόσταση αυτή λέγεται **ακτίνα ρ** και το σημείο **κέντρο** του κύκλου.

Δύο κύκλοι λέγονται **ομόκεντροι**, όταν έχουν το ίδιο κέντρο.

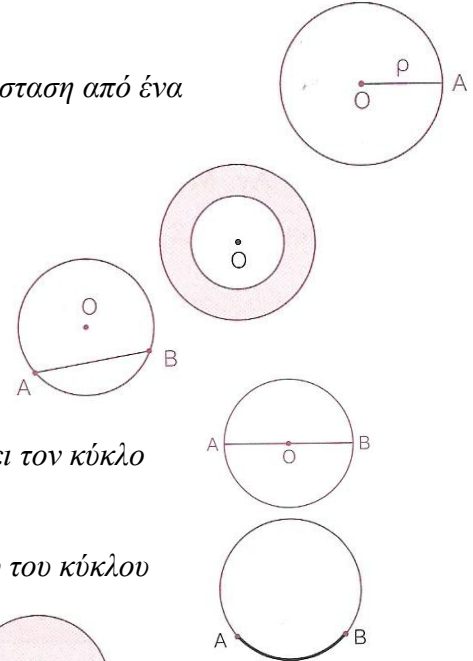
Χορδή του κύκλου λέγεται το τμήμα που έχει άκρα δύο σημεία του κύκλου.

Διάμετρος του κύκλου λέγεται η χορδή του κύκλου που διέρχεται από το κέντρο του.

Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή, είναι διπλάσια από την ακτίνα και χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη (**ημικύκλια**).

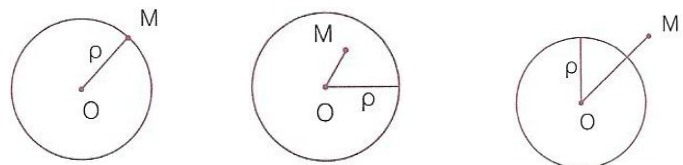
Δύο σημεία A και B χωρίζουν τον κύκλο σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται **τόξο** του κύκλου με άκρα A και B.

Κυκλικός δίσκος (O,ρ) είναι ο κύκλος (O,ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.



Σχετικές θέσεις σημείου M και κύκλου (O,ρ):

- M πάνω στον κύκλο, αν $MO = \rho$
- M εσωτερικό του κύκλου, αν $MO < \rho$
- M εξωτερικό του κύκλου, αν $MO > \rho$

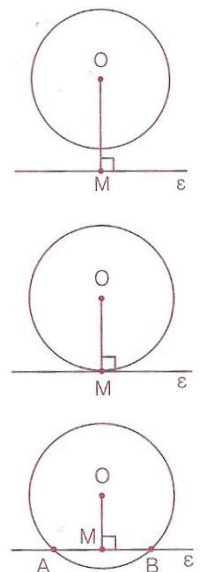


§1.13

Σχετικές θέσεις ευθείας ε και κύκλου (O,ρ):

Έστω OM η απόσταση του κέντρου O από την ευθεία ε.

- Μια ευθεία λέμε ότι είναι **εξωτερική** του κύκλου, όταν η ευθεία και ο κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο. ($OM > \rho$)
- Μια ευθεία λέγεται **εφαπτομένη** του κύκλου στο σημείο M όταν η ευθεία και ο κύκλος έχουν μόνο ένα κοινό σημείο, το M. ($OM = \rho$). Το M λέγεται σημείο επαφής.
- Μια ευθεία λέγεται **τέμνουσα** του κύκλου στα σημεία A και B, όταν η ευθεία και ο κύκλος έχουν κοινά σημεία τα A και B. ($OM < \rho$) Τα A, B λέγονται σημεία τομής.



Αν M είναι το σημείο τομής των εφαπτομένων ενός κύκλου στα σημεία A και B, τα τμήματα MA και MB λέγονται **εφαπτόμενα τμήματα** του κύκλου, τα οποία είναι ίσα.

