

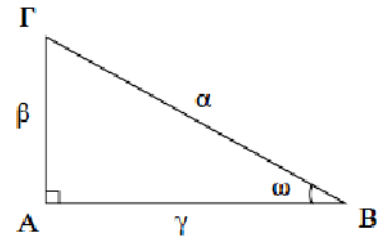
ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ – ΗΜΙΤΟΝΟ - ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΟ

1) Ορισμός εφαπτόμενης

Εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου λέγεται ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη κάθετη πλευρά.

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$$

$$\text{δηλαδή } \epsilon\phi\omega = \frac{ΑΓ}{ΑΒ} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\beta}{\gamma}$$



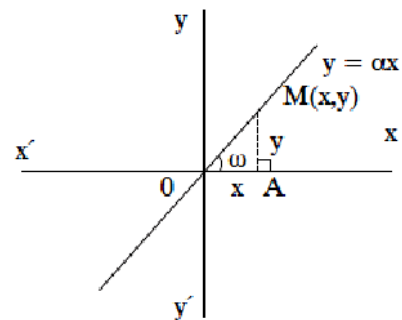
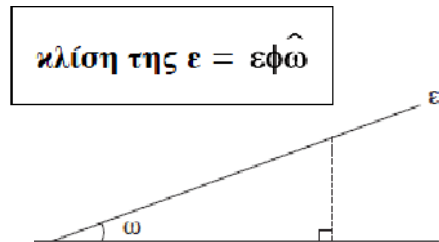
2) Τι ονομάζουμε κλίση μιας ευθείας;

Κλίση μιας ευθείας ϵ ως προς μια άλλη οριζόντια ευθεία ονομάζεται η εφαπτομένη της γωνίας $\hat{\omega}$ που σχηματίζει η ευθεία ϵ με την οριζόντια ευθεία. Η κλίση ενός δρόμου (μιας ευθείας) εκφράζεται με μορφή ποσοστού.

Δηλαδή όταν λέμε ότι η κλίση ενός δρόμου (μιας ευθείας) είναι 8%, εννοούμε ότι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει ο δρόμος με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\frac{8}{100} = 0,08$. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε 100m οριζόντιας απόστασης, ανεβαίνουμε σε ύψος 8m.

Η κλίση της ευθείας με εξίσωση $y = ax$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x' και είναι ίση με a . Δηλαδή $\epsilon\phi\omega = a$

$$\text{Έχουμε } \epsilon\phi\omega = \frac{ΜΑ}{ΟΑ} = \frac{y}{x} = a$$



3) Ορισμός ημίτονου, συνημίτονου.

Ημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου λέγεται ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα του τριγώνου.

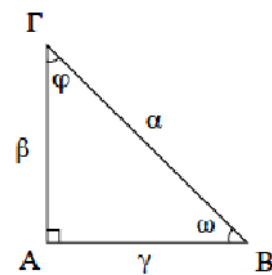
$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} \quad \text{Έχουμε } \eta\mu\omega = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\omega = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\eta\mu\phi = \frac{ΑΒ}{ΒΓ} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\phi = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου λέγεται ο λόγος της προσκείμενης κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα του τριγώνου.

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} \quad \text{Έχουμε } \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{ΑΒ}{ΒΓ} \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\beta}{\alpha}$$



4) Ιδιότητες ημίτονου, συνημίτονου, εφαπτόμενης.

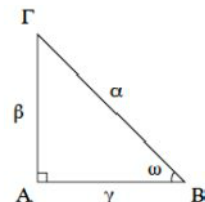
1. Επειδή σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο οι κάθετες πλευρές είναι μικρότερες από την υποτείνουσα, άρα οι αριθμητές του $\eta\mu\omega$ και $\sigma\upsilon\nu\omega$ είναι μικρότεροι από τον παρονομαστή που είναι η υποτείνουσα ισχύουν ότι:

$$0 < \eta\mu\omega < 1 \quad \text{και} \quad 0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1 \quad \text{για οποιαδήποτε οξεία γωνία } \omega.$$

Απόδειξη

$$2. \text{ Ισχύει } \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

$$\text{Έχουμε } \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}}{\frac{\gamma}{\alpha}} = \frac{\beta \cdot \alpha}{\gamma \cdot \alpha} = \frac{\beta}{\gamma} = \epsilon\phi\omega$$



5) Τι συμβαίνει με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς όταν μεταβάλλεται η γωνία τους;

Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, αυξάνεται και το ημίτονό της.

Δηλαδή Αν $\omega < \varphi$ τότε και $\eta\omega < \eta\varphi$

Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, ελαττώνεται το συνημίτονό της.

Δηλαδή Αν $\omega < \varphi$ τότε και $\sigma\omega > \sigma\varphi$

Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, αυξάνεται και η εφαπτομένη της.

Δηλαδή Αν $\omega < \varphi$ τότε και $\epsilon\omega < \epsilon\varphi$

6) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30° , 45° , 60°

	0°	30°	45°	60°	90°
ημίτονο	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
συνημίτονο	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
εφαπτόμενη	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Δεν ορίζεται