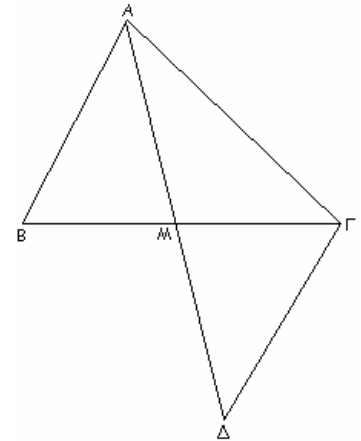


**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ  
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

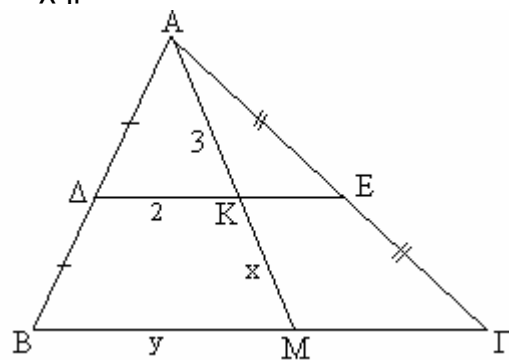
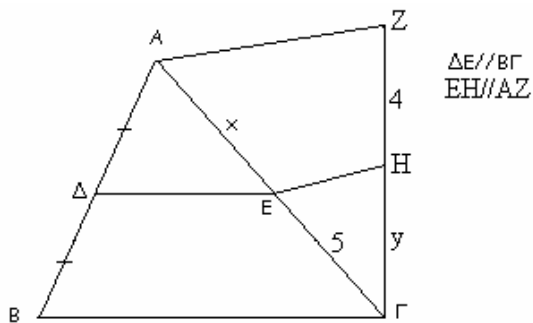
**ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΟΒΡΥΑΣ  
ΠΑΧΝΗΣ Γ.**

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΜΔ=ΑΜ. Να αποδείξετε ότι ΑΒ=ΓΔ.

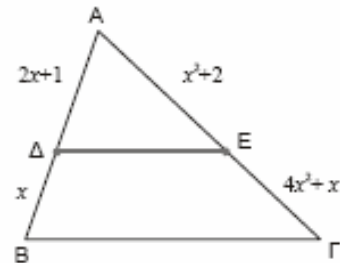


2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή το σημείο Α. Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ είναι ίσες.

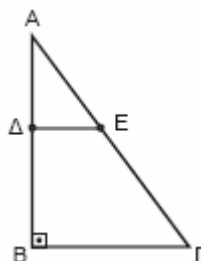
3. Να υπολογίσετε το  $x$  και το  $y$  στα παρακάτω σχήματα:



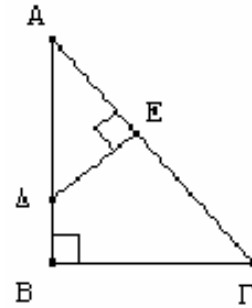
4. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος η  $\Delta E // B\Gamma$ .  
Δίνεται ότι  $A\Delta = 2x+1$ ,  
 $\Delta B = x$ ,  $A E = x^2+2$  και  
 $E\Gamma = 4x^2+x$ .  
Να βρείτε το  $x$ .



5. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $AB = 8\text{cm}$ ,  $B\Gamma = 6\text{cm}$ . Φέρνουμε  $\Delta E // B\Gamma$  ώστε η  $A E = 4\text{cm}$ . Να υπολογίσετε το τμήμα ΑΔ.



6. Στο παρακάτω σχήμα να αποδείξετε την ισότητα:  $\frac{A\Delta}{A\Gamma} = \frac{\Delta E}{B\Gamma}$

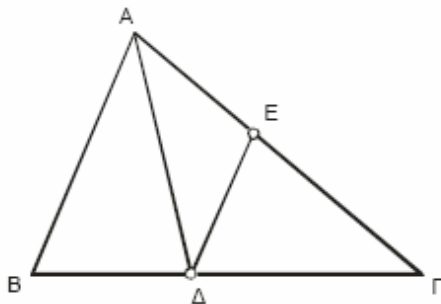


7. Στο παρακάτω σχήμα η AΔ είναι διχοτόμος της A και  $AE = E\Delta$ .

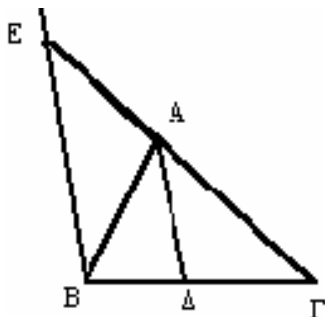
Να αποδείξετε ότι:

i)  $\Delta E // AB$

ii)  $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Delta E}{\Gamma E}$



8. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και AΔ η διχοτόμος του .Από την κορυφή B φέρνουμε ευθεία Bx παράλληλη της AΔ που τέμνει την προέκταση της πλευράς AΓ στο σημείο E .Να αποδείξετε ότι α) το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές και β)  $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma}$  .



1. Στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $Oxy$  παίρνουμε το σημείο:

i.  $M(6,8)$

ii.  $M(12,-5)$

iii.  $M(-2,0)$

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\hat{\omega} = x\hat{O}M$ .

2. Στο διπλανό σχήμα είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$ . Αν η τετμημένη του

σημείου  $M$  είναι  $-3$ , να υπολογίσετε:

i. την τεταγμένη του σημείου  $M$

ii. το  $\eta\mu\omega$  και την  $\epsilon\phi\omega$ .

3. Να αποδείξετε ότι:

i.  $\eta\mu^2 60^\circ + \eta\mu^2 120^\circ = \frac{3}{2}$

ii.  $\sigma\upsilon\nu^2 150^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 135^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ = \frac{5}{2}$

4. Να βρείτε την γωνία  $x$ , όταν:

i.  $1 - \sqrt{2}\eta\mu x = 0$

ii.  $3 + 2\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 0$

iii.  $3(2 + \epsilon\phi x) = 6 + \epsilon\phi x$

5. Να αποδείξετε ότι:

i.  $\eta\mu(130^\circ - x) = \eta\mu(50^\circ + x)$

ii.  $\epsilon\phi(25^\circ + x) = -\epsilon\phi(155^\circ - x)$

6. Σε κάθε τρίγωνο  $AB\Gamma$ , να αποδείξετε ότι:

i.  $\eta\mu(A+B) = \eta\mu\Gamma$

ii.  $\sigma\upsilon\nu(A+B) = -\sigma\upsilon\nu\Gamma$

iii.  $\epsilon\phi(A+B) = -\epsilon\phi\Gamma$

7. Αν για την αμβλεία γωνία  $\hat{\omega}$  ( $90^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$ ) ισχύει  $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ , να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

8. Αν για την αμβλεία γωνία  $\hat{\omega}$  ( $90^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$ ) ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$ , να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

9. Αν για την αμβλεία γωνία  $\hat{\omega}$  ( $90^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$ ) ισχύει  $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{5\epsilon\phi\omega - 13\sigma\upsilon\nu\omega}{1 + 13\eta\mu\omega}$ .

10. Να αποδείξετε ότι:

i.  $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 1 + 2\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$

iii.  $\eta\mu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\omega$

ii.  $\sigma\upsilon\nu^3\omega + \sigma\upsilon\nu\omega \cdot \eta\mu^2\omega = \sigma\upsilon\nu\omega$

iv.  $\eta\mu^4\omega + \sigma\upsilon\nu^4\omega = 1 - 2\eta\mu^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega$

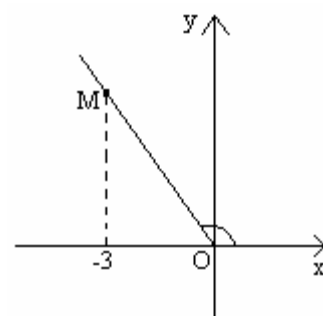
11. Να αποδείξετε ότι:

i.  $\frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = 1 - \sigma\upsilon\nu x$

ii.  $\frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$

iii.  $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \eta\mu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu x}$

iv.  $\epsilon\phi x + \frac{1}{\epsilon\phi x} = \frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$



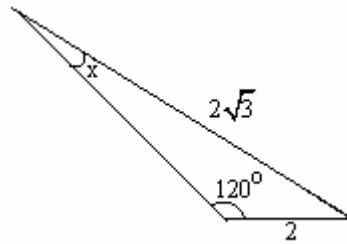
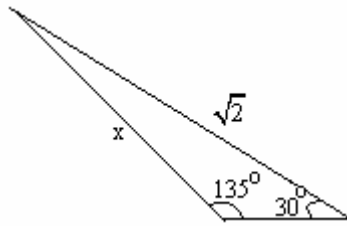
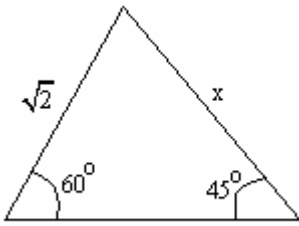
12. Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ, όταν:

i.  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $a = 2\sqrt{3}$  και  $b = 2$

ii.  $\hat{B} = 135^\circ$ ,  $b = 3\sqrt{2}$  και  $\gamma = 3$

13. Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $a = 5$  και  $b = 5\sqrt{3}$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο ή ισοσκελές.

14. Να υπολογίσετε το  $x$  σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:



15. Να υπολογίσετε το  $x$  σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

