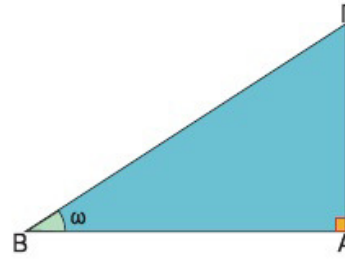


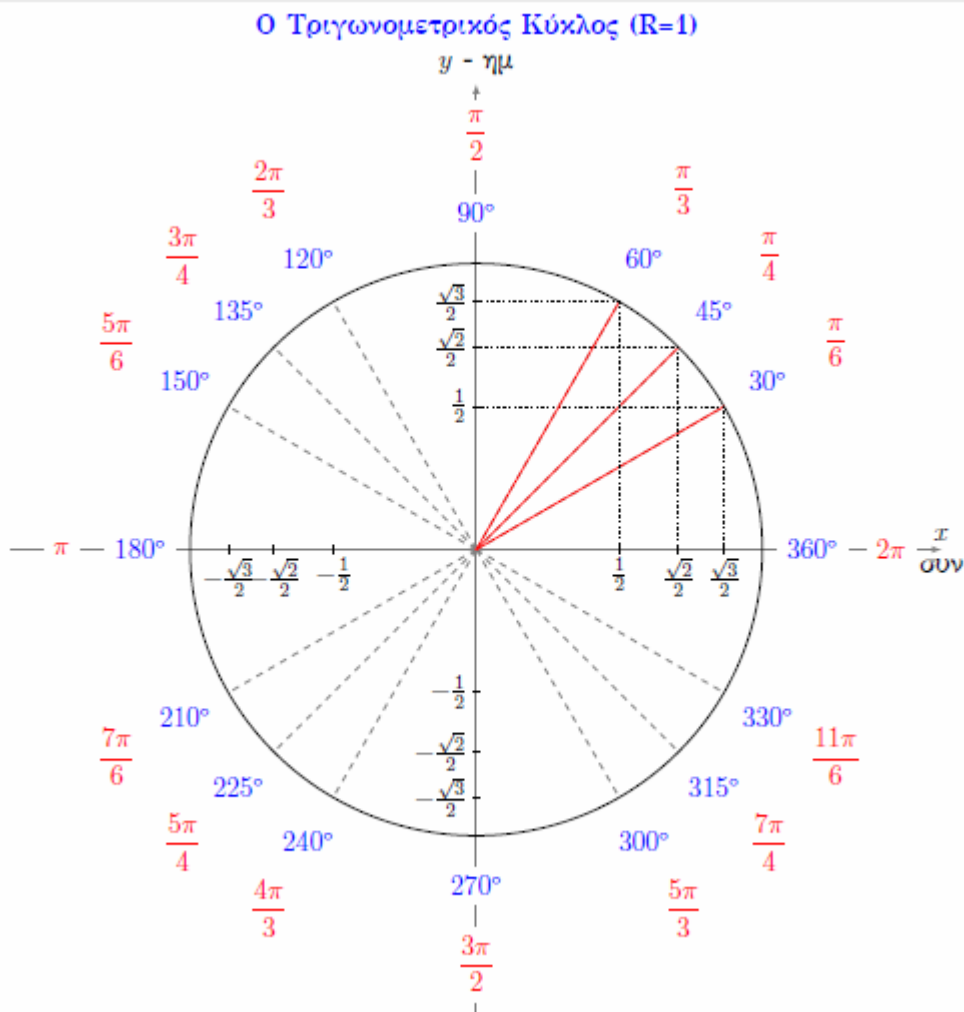
$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{A\text{B}}{B\Gamma}$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}} = \frac{A\Gamma}{A\text{B}}$$



Τριγωνομετρικός Κύκλος:



Έστω $M(x, y)$ και γωνία $\omega = \angle xOM$.

$$\rho = OM = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$$

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho} \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho} \quad \epsilon\phi\omega = \frac{y}{x}$$

Παρατηρήσεις:

Αν $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$, τότε:

- $-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$
- $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$

$$\begin{array}{llll} \omega \text{ οξεία} & \Rightarrow & \eta\mu\omega > 0 & \sigma\upsilon\nu\omega > 0 & \varepsilon\phi\omega > 0 \\ \omega \text{ αμβλεία} & \Rightarrow & \eta\mu\omega > 0 & \sigma\upsilon\nu\omega < 0 & \varepsilon\phi\omega < 0 \end{array}$$

ω	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\eta\mu\omega$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\sigma\upsilon\nu\omega$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\varepsilon\phi\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0

Παραπληρωματικές γωνίες:

$$\omega, 180^\circ - \omega$$

$$\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\varepsilon\phi(180^\circ - \omega) = -\varepsilon\phi\omega$$

- $\eta\mu\phi = \eta\mu\omega \Rightarrow \phi = \omega \text{ ή } \phi = 180^\circ - \omega$
- $\sigma\upsilon\nu\phi = \sigma\upsilon\nu\omega \Rightarrow \phi = \omega$
- $\sigma\upsilon\nu\phi = -\sigma\upsilon\nu\omega \Rightarrow \phi = 180^\circ - \omega$
- $\varepsilon\phi\phi = \varepsilon\phi\omega \Rightarrow \phi = \omega$
- $\varepsilon\phi\phi = -\varepsilon\phi\omega \Rightarrow \phi = 180^\circ - \omega$

Υπενθύμιση: Σε κάθε τρίγωνο $A + B + \Gamma = 180^\circ$ και σε κάθε τετράπλευρο $A + B + \Gamma + \Delta = 360^\circ$. Άρα:

ω	150°	135°	120°
$\eta\mu\omega$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sigma\upsilon\nu\omega$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\varepsilon\phi\omega$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\bullet \quad \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

$$\bullet \quad \varepsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

Σε κάθε τρίγωνο ισχύουν οι παρακάτω νόμοι:

Νόμος Ημιτόνων

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$$

Νόμος Σνημιτόνων

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A$$

$$\beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\gamma\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu B$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \cdot \sigma\upsilon\nu \Gamma$$