ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Γυμνάσιο Οβρυάς
Παχνής Γεώργιος

ΟΡΙΣΜΟΙ:

Αλγεβρική παράσταση *ονομάζεται μια μαθηματική έκφραση (παράσταση) η οποία περιέχει μεταβλητές.*

Ακέραια αλγεβρική παράσταση *ονομάζεται μια αλγεβρική παράσταση, όταν μεταξύ των μεταβλητών σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί.*

Αριθμητική τιμή *μιας αλγεβρικής παράστασης ονομάζεται το αποτέλεσμα που προκύπτει αν στη θέση των μεταβλητών θέσουμε κάποιον αριθμό και κάνουμε τις πράξεις.*

Μονώνυμο *ονομάζεται μια ακέραια αλγεβρική παράσταση στην οποία υπάρχει μόνον η πράξη του πολλαπλασιασμού.*

- *Ένα μονώνυμο αποτελείται από το* ***συντελεστή****, δηλαδή τον αριθμητικό παράγοντα και το* ***κύριο μέρος****, δηλαδή το γινόμενο όλων των μεταβλητών μαζί με τους αντίστοιχους εκθέτες τους.*

Βαθμός *ενός* ***μονώνυμου*** *ως προς μια μεταβλήτη ονομάζεται ο εκθέτης της μεταβλητής αυτής. Βαθμός ως προς όλες τις μεταβλητές ονομάζεται το άθροισμα όλων των εκθετών.*

Όμοια *ονομάζονται τα* ***μονώνυμα*** *εκείνα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος.*

Ίσα *ονομάζονται τα όμοια* ***μονώνυμα*** *που έχουν τον ίδιο συντελεστή.*

Αντίθετα *ονομάζονται τα όμοια* ***μονώνυμα*** *που έχουν αντίθετους συντελεστές.*

Πολυώνυμο *ονομάζεται η αλγεβρική παράσταση που προκύπτει εάν προσθέσουμε μονώνυμα που δεν είναι μεταξύ τους όμοια.*

Βαθμός *ενός* ***πολυωνύμου*** *ως προς μια ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του, ως προς τις μεταβλητές αυτές.*

Ταυτότητα *ονομάζεται μια ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για όλες τις τιμές των μεταβλητών αυτών.*

Παραγοντοποίηση *ονομάζεται η διαδικασία με την οποία μετατρέπουμε μια παράσταση από άθροισμα σε γινόμενο.*

Ρητή *ονομάζεται μια αλγεβρική* ***παράσταση*** *που είναι κλάσμα και οι όροι της είναι πολυώνυμα.*

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ:

1. *Τετράγωνο Αθροίσματος*
$$\boxed{(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\cdot\alpha\cdot\beta+\beta^2}$$
2. *Τετράγωνο Διαφοράς*
$$\boxed{(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\cdot\alpha\cdot\beta+\beta^2}$$
3. *Γινόμενο Αθροίσματος Επί Διαφοράς*
$$\boxed{(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)=\alpha^2-\beta^2}$$
4. *Κύβος Αθροίσματος*
$$\boxed{(\alpha+\beta)^3=\alpha^2+3\cdot\alpha^2\cdot\beta+3\cdot\alpha\cdot\beta^2+\beta^3}$$
5. *Κύβος Διαφοράς*
$$\boxed{(\alpha-\beta)^3=\alpha^2-3\cdot\alpha^2\cdot\beta+3\cdot\alpha\cdot\beta^2-\beta^3}$$

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗΣ:

1. *Κοινός Παράγοντας*
$$\boxed{\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma=\alpha\cdot(\beta+\gamma)}$$
2. *Κοινός Παράγοντας κατά ομάδες (= Ομαδοποίηση)*
3. *Ταυτότητα:*

α. *Διαφορά Τετραγώνων :*
$$\boxed{\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)}$$

β. *Ανάπτυγμα Τετραγώνου:*
$$\boxed{\alpha^2+2\cdot\alpha\cdot\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2} \qquad \boxed{\alpha^2-2\cdot\alpha\cdot\beta+\beta^2=(\alpha-\beta)^2}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ:

Έχουμε φέρει την εξίσωση στην μορφή $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$.

- *Βρίσκουμε τα* α,β,γ.
- *Υπολογίζουμε την διακρίνουσα* Δ *με τον τύπο:*

$$\boxed{\Delta = \beta^2 - 4\cdot\alpha\cdot\gamma}$$

- *Βρίσκουμε τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης με τον τύπο:*
  - $\boxed{x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\cdot\alpha}}$, *όταν* $\Delta > 0$ ***(δύο άνισες ρίζες)***
  - $\boxed{x_1 = \dfrac{-\beta}{2\cdot\alpha}}$, *όταν* $\Delta = 0$ ***(μία διπλή ρίζα)***
  - *Αδύνατη , όταν* $\Delta < 0$ ***(καμία ρίζα)***

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ:

Αν x_1, x_2 *οι λύσεις της* $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, *τότε παραγοντοποιείται ως εξής:*

- $\boxed{\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)}$, *όταν* $\Delta > 0$
- $\boxed{\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha\cdot(x - x_1)^2}$, *όταν* $\Delta = 0$
- *δεν παραγοντοποιείται, όταν* $\Delta < 0$

Κριτήρια Ισότητας Τριγώνων:

1. ***Π–Π–Π***
   Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν και τις 3 πλευρές τους ίσες μία-προς-μία.
2. ***Π–Γ–Π***
   Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν 2 πλευρές ίσες μία-προς-μία και την περιεχόμενη γωνία ίση.
3. ***Γ–Π–Γ***
   Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν 1 πλευρά ίση και τις προσκείμενες, σε αυτή, γωνίες ίσες μία-προς-μία.

Κριτήρια Ισότητας Ορθογωνίων Τριγώνων:

1. ***Π–Γ***
   Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν ίσες μία αντίστοιχη πλευρά και μία οξεία γωνία.
2. ***Π–Π***
   Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες, μία-προς-μία.

Κριτήρια Ομοιότητας Τριγώνων:

Γ–Γ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ:

Έστω $\mathrm{M}(x, y)$ *και γωνία* $\hat{\omega} = x\hat{\mathrm{O}}\mathrm{M}$.

$\boxed{\rho = \mathrm{OM} = \sqrt{x^2 + y^2} > 0}$ $\boxed{\eta\mu\omega = \dfrac{y}{\rho}}$ $\boxed{\sigma\upsilon\nu\omega = \dfrac{x}{\rho}}$ $\boxed{\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{y}{x}}$

Παραπληρωματικές γωνίες:

ω , $180^\circ - \omega$

$\boxed{\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega}$ $\boxed{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega}$ $\boxed{\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\varepsilon\varphi\omega}$

Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$\boxed{\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1}$ $\boxed{\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}}$

Σε κάθε τρίγωνο ισχύουν οι παρακάτω νόμοι:

Νόμος Ημιτόνων

$$\boxed{\frac{\alpha}{\eta\mu\mathrm{A}} = \frac{\beta}{\eta\mu\mathrm{B}} = \frac{\gamma}{\eta\mu\Gamma}}$$

Νόμος Συνημιτόνων

$$\boxed{\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\cdot\sigma\upsilon\nu\mathrm{A}}$$

$$\boxed{\beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\gamma\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\mathrm{B}}$$

$$\boxed{\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\cdot\sigma\upsilon\nu\Gamma}$$